

Contrôle continu du 25 octobre 2018, 8h-10h.

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés.
Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Exercice 1. Soient f et g des fonctions définies sur \mathbb{R} . Montrer que si f est une fonction impaire et g est une fonction paire, alors f^3g est une fonction impaire.

Exercice 2. Montrer que la fonction $f(x) = \frac{x^2}{1+x^4}$ définie sur \mathbb{R} est majorée par $\frac{1}{2}$ et minorée par $-\frac{1}{2}$.

Exercice 3. En utilisant la définition de limite, montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4.$$

Exercice 4. Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x}$,
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2)-x}{\cos(2x)-1}$.

Exercice 5. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$ en utilisant le théorème des gendarmes.

Exercice 6. En utilisant la formule pour la dérivée de la fonction réciproque calculer la dérivée de $\arctan(x)$. *Suggestion : dériver $\arctan(\tan(x)) = x$.*

Exercice 7. On considère la fonction $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$.

1. Déterminer le domaine de définition maximal de f et calculer les limites au bord du domaine de définition et en $\pm\infty$.
2. Calculer la dérivée et trouver tous les points critiques de f .
3. Étudier le signe de la dérivée, trouver le sens de variation et les extrema de f .