

**Partiel du 23 octobre 2019, 10h15-12h15.**

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés.  
Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

**1. Résoudre l'inéquation**

$$x^3 + 2x^2 - 13x + 10 \geq 0.$$

Utiliser le fait que  $x = 1$  est une racine du polynôme ci-dessus.

**2. En utilisant la définition d'une fonction strictement croissante, montrer que la fonction**

$$g(x) = x^3 + x$$

est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

**3. Écrire la définition de la limite suivante :**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1.$$

**4. Calculer la limite suivante :**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{27x^3 - x^2}{(x^2 - 1)(3x + 7)}.$$

**5. En utilisant le théorème de l'Hôpital, calculer la limite suivante :**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{\sqrt{x}}.$$

**6. On considère la fonction bijective  $f : [0, \pi/3] \rightarrow [-\ln(2), 0]$  définie par**

$$f(x) = \ln(\cos(x)).$$

- a. Calculer la dérivée de  $f$ .
- b. Calculer la dérivée de la fonction réciproque  $f^{-1}(y)$ .

7. On considère la fonction

$$h(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

- a. Donner le domaine de définition de  $h$ .
- b. Calculer les limites au bord du domaine de définition et en  $\pm\infty$ .
- c. Calculer la dérivée et trouver tous les points critiques de  $h$ .
- d. Étudier le signe de la dérivée, trouver le sens de variation et les extrema de  $h$ .