

**Examen du 6 janvier 2021, 10h30-12h30.**

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés. Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

1. On considère la fonction

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}.$$

- a. Donner le domaine de définition de  $f$ .
- b. Calculer les limites au bord du domaine de définition et en  $\pm\infty$ .
- c. Calculer la dérivée de  $f$ .
- d. Trouver tous les points critiques de  $f$ .
- e. Étudier le signe de la dérivée, trouver le sens de variation et les extrema de  $f$ .

2. Donner une primitive de :

- a.  $xe^{x^2}$ ,
- b.  $x \cos(x)$ .

3. Calculer les intégrales suivantes :

- a.  $\int_a^b x^n dx$ ,  $n \neq -1$ ,  $0 < a < b$ ,
- b.  $\int_0^\pi (\sin x)^2 dx$ .

4. Calculer la dérivée de :

$$g(x) = \int_0^{\sin(x)} (\arcsin(t))^7 dt, \quad x \in [0, \pi/2].$$

5. Calculer les deux premiers termes non nuls du polynôme de Taylor en 0 de la fonction définie par :

$$h(x) = (\cos x)^2.$$

6. Calculer la limite suivante en utilisant les développements limités et la notation “petit-o” :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{(\sin(x))^2}.$$