

Partiel du 27 octobre 2021, 10h15-12h15.

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés. Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

1. Donner le quotient et le reste de la division suivante :

$$\frac{x^3}{x^2 + 5x + 1}.$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :

$$|x - 1| + |x - 5| = 6.$$

3. Calculer les limites suivantes :

- a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(5x^2 - 2)x^2}{(x-1)^2(3x^2 + 1)},$
- b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(5x^2 - 2)x^2}{(x-1)^2(3x^2 + 1)},$
- c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}.$

4. Calculer les dérivées des fonctions suivantes, en spécifiant le domaine de définition et le domaine de dérivabilité :

- a. $a(x) = \ln(x + 2) + \sqrt{9 - x^2},$
- b. $b(x) = \ln(\ln(x)),$
- c. $c(x) = e^{|x-2|}.$

5. On considère la fonction

$$g(x) = 7 \arcsin(5x) + 2.$$

- a. Donner le domaine de définition de g et son domaine de dérivabilité.
- b. Calculer la dérivée de g et montrer que g est strictement croissante.
- c. Donner l'image de g .
- d. Trouver la fonction réciproque g^{-1} et donner son domaine de définition et son image.

6. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction réelle définie sur \mathbb{R} .

- a. Écrire la définition de " f est dérivable en $x_0 \in \mathbb{R}$ ".
- b. Utiliser cette définition pour calculer la dérivée de la fonction $f(x) = x^3$ en x_0 .