mercredi 22 septembre 2021 20:04

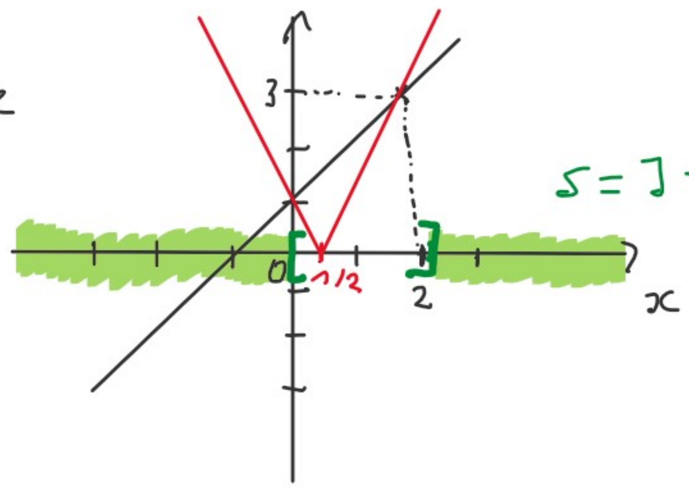
① $(*)\ |2x-1| > x+1$

· **Méthode 1** :
- si $x > 1/2$: $(*) \Leftrightarrow 2x-1 > x+1$
$\Leftrightarrow x > 2$
- si $x \leq 1/2$: $(*) \Leftrightarrow 1-2x > x+1$
$\Leftrightarrow 0 > 3x$
$\Leftrightarrow x < 0$

donc $(*) \Leftrightarrow x \in \left( ]\frac{1}{2}, +\infty[\cap]2, +\infty[\right) \cup \left( ]-\infty, \frac{1}{2}] \cap]-\infty, 0[\right)$

$\Leftrightarrow x \in\ ]2, +\infty[\cup]-\infty, 0[$

· **Méthode 2** :
Graphique



$S =]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$

mercredi 22 septembre 2021 20:12

② (*) $\frac{1}{2x-2} \leq \frac{1}{x(x-1)} \iff \frac{1}{2(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \leq 0$

$\iff \frac{1}{x-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right) \leq 0 \iff \frac{x-2}{2x(x-1)} \leq 0$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$1/x$		$-$	$\|$	$+$		$+$		$+$	
$1/(x-1)$		$-$		$-$	$\|$	$+$		$+$	
$\frac{x-2}{2x(x-1)}$		$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

D'où l'inéquation équivaut à

$x \in]-\infty, 0[\cup]1, 2]$

<u>autre méthode :</u>

- si $x \geq 1$ et $x > 0$: $(*) \iff \frac{x}{2} \leq 1$
$\iff x \leq 2$
- si $x \geq 1$ et $x < 0$: cas impossible
- si $x < 1$ et $x \geq 0$: $x \geq 2$ de même mais on change le sens
- si $x < 1$ et $x < 0$: $x \leq 2$ —— on change 2 fois le sens

D'où $(*) \iff x \in]1,+\infty[\cap]-\infty, 2]$
$\cup]0,1[\cap [2,+\infty[\cup]-\infty,0[\cap]-\infty,2]$
$\iff x \in]1,2] \cup]-\infty,0[$.

mercredi 22 septembre 2021 20:21

3) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 3$

$f(-2) = -8 + 8 + 10 + 3 = 13 \neq 0$ donc $(x+2)$ ne divise pas $f(x)$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 + 2x^2 - 5x + 3 & x + 2 \\
\cline{2-2}
-(x^3 + 2x^2) & x^2 - 5 \\
\cline{1-1}
-5x + 3 & \\
-(-5x - 10) & \\
\cline{1-1}
+13 &
\end{array}
$$

soit $f(x) = (x+2)(x^2-5) + 13$