Corrigé de l'examen du 4 janvier 2023.

1.

a. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

b. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to -1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$.

c. $f'(x) = -\frac{2e^{2x}(x^2-x-1)}{(1-x^2)^2}$; $f'(x) = 0$ ssi $x_\pm = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.

d. $f'(x) > 0$ ssi $x_- < x < 1$ ou $1 < x < x_+$ donc elle est strictement croissante pour ces valeurs de x ; autrement f est décroissante. Le point x_- est un minimum local et x_+ est un maximum local.

2.

a. $\frac{1}{3}e^{x^3}$,

b. $\frac{x^4}{4}\left(\ln x - \frac{1}{4}\right)$.

3.

a. $\ln 2 + 21$,

b. $\frac{\pi}{2} - 1$.

4.

a. 0,

b. $\frac{1}{6}$,

c. $\lim_{x\to 0^\pm} \frac{x-\sin x}{x^4} = \pm\infty$.

5. $g(x) = x - \frac{2}{3}x^3 + o(x^4)$. La fonction $g(x)$ est impaire, donc dans le polynôme de Taylor a seulement des puissances impaires.

6. 1/3.