

1. a.  $\int_1^2 5x^3 dx = \left[\frac{5}{4}x^4\right]_1^2 = \frac{5}{4}(2^4 - 2) = \frac{35}{2}$ .

d.  $\int_1^2 \frac{x^4+x-3}{x^2} dx = \int_1^2 (x^2 + x^{-1} - 3x^{-2}) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \ln|x| + 3x^{-1}\right]_1^2$ .

e.  $\int_1^2 \frac{1}{1+x^2} dx = [\arctan x]_1^2$ .

f.  $\int_1^2 (1 + \sqrt{x})^2 dx = \int_1^2 (1 + 2\sqrt{x} + x) dx = \left[x + \frac{4}{3}x^{3/2} + \frac{1}{2}x^2\right]_1^2$ .

2. b. Si  $x > 0$ , alors  $t > 0$ ,  $|t| = t$  et  $\int_0^x (t + |t|)^2 dt = \int_0^x 4t^2 dt$ . Si  $x < 0$ , alors  $t < 0$ ,  $|t| = -t$ , donc l'intégrale est zéro.

3. a. Si  $f(x) = \int_0^x s(t) dt$ , alors  $f'(x) = s(x)$ . Donc, dans ce cas,  $f'(x) = (1 + x^2)^{-3}$ .

b.  $g(x) = f(x^2)$ , donc  $g'(x) = f'(x^2)2x = 2x(1 + x^4)^{-3}$ .

c.  $h(x) = f(x^2) - f(x^3)$ , donc...

4. a. On pose  $y = x^4$ , donc  $dy = 4x^3 dx$  et

$$\int x^3 \cos(x^4) dx = \frac{1}{4} \int \cos(y) dy = \frac{1}{4} \sin(y) = \frac{1}{4} \sin(x^4).$$

b. Poser  $y = \cos(x)$ .

c. Poser  $y = \sqrt{x}$ .

d. Poser  $y = 1 + x^2$ .

e. Poser  $y = x^2 + 2x + 3$ .

j. Remarquer que  $(\sin x)^3 = (1 - \cos^2 x) \sin x$ .

5. a. Si on pose  $y = 2 - 3x$ , on trouve  $dy = -3dx$  et

$$\int_{-2/3}^{1/3} \frac{x}{\sqrt{2-3x}} dx = \frac{1}{9} \int_4^1 \frac{y-2}{\sqrt{y}} dy = \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{3} y^{3/2} - 4\sqrt{y} \right]_4^1.$$

b. Si on pose  $y = \sin(2x)$ , on trouve  $dy = 2 \cos(2x) dx$  et

$$\int_0^{\pi/4} \cos(2x) \sqrt{4 - \sin(2x)} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{4-y} dy = -\frac{1}{3} \left[ (4-y)^{3/2} \right]_0^1.$$

d. Poser  $y = \sqrt{x+1}$ .

g. Poser  $x = t + 1$ .

8. a.  $\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx = -x e^{-x} - e^{-x}$ .

b.  $\int x \cos(x) dx = \sin(x)x - \int \sin(x) dx = x \sin(x) + \cos(x)$ .

c.  $(x^2 - 2) \sin x + 2x \cos x$ .

9. b. Soit  $x > 0$ . Par parties, deux fois :

$$\int \sin(\ln(x)) dx = x \sin(\ln(x)) - \int x \cos(\ln(x)) \frac{1}{x} dx = x \sin(\ln(x)) - x \cos(\ln(x)) - \int \sin(\ln(x)) dx$$

donc

$$\int \sin(\ln(x)) dx = \frac{1}{2} (x \sin(\ln(x)) - x \cos(\ln(x))) .$$

d. Soit  $x > 0$ . Par parties, deux fois :

$$\int (\ln x)^2 dx = x(\ln x)^2 - \int 2 \ln x dx = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x .$$

10. a.  $\int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln(2x+1)$ .

b.  $\int \frac{1}{(x-1)^2} dx = -\frac{1}{x-1}$ .

c.  $\int \frac{1}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \int \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln(x-1) - \ln(x+1))$  pour  $x > 1$ . Et pour  $x < 1$  ?