

**Partiel du 16 novembre 2023, 8h - 10h.**

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés. Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :

$$|x - 1| + |x - 7| = 8.$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :

$$\sin(x) \cos(x) = \frac{1}{4}.$$

3. Calculer les limites suivantes :

- a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 + 3x}{3 + 5x},$
- b.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \sin(x))}{x - \frac{\pi}{2}},$
- c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin(x))}{\sin(3x)}.$

4. Calculer les dérivées des fonctions suivantes, en spécifiant le domaine de définition et le domaine de dérivabilité :

- a.  $a(x) = \cos(x) \ln(x - 1),$
- b.  $b(x) = \sin(\sin(x)),$
- c.  $c(x) = \arctan(x) + a \arctan(1/x)$  pour  $a \in \mathbb{R}.$

5. On considère la fonction

$$h(x) = \frac{1}{(x - 1)(x - 3)}.$$

- a. Donner le domaine de définition de  $h.$
- b. Calculer les limites au bord du domaine de définition et en  $\pm\infty.$
- c. Calculer la dérivée et trouver tous les points critiques de  $h.$
- d. Étudier le signe de la dérivée, trouver le sens de variation et les extrema de  $h.$

6. On considère la fonction  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = x^3 + x$$

- a. Calculer la dérivée de  $f.$
- b. Donner l'ensemble image  $I$  de  $f.$
- c. Montrer que  $f : [0, 2] \rightarrow I$  est bijective.
- d. Trouver l'antécédent par  $f$  de  $y = 2.$
- e. Calculer la dérivée de la fonction réciproque  $f^{-1}(y)$  pour  $y = 2.$